

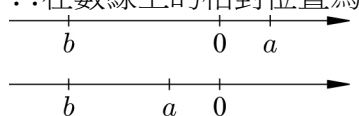
2016 年更生日報盃數學大賽(第 12 屆)高中一年級試題  
(單選題共 25 題，每題 4 分，共計 100 分，答錯不倒扣)

※ 答案卡必須使用 2B 鉛筆畫記。

1. 解聯立方程式  $\begin{cases} 147x+64y=358 \\ 64x+147y=275 \end{cases}$ ，則  $x-y=?$   
(A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2 (E) 3

解：  $\begin{cases} 147x+64y=358 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ 64x+147y=275 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$   
 $\Rightarrow \begin{cases} \textcircled{1}+\textcircled{2}: 211x+211y=633 \\ \textcircled{1}-\textcircled{2}: 83x-83y=83 \end{cases}$   
 $\Rightarrow \begin{cases} x+y=3 \cdots \cdots \textcircled{3} \\ x-y=1 \cdots \cdots \textcircled{4} \end{cases}$ ， $\textcircled{3}+\textcircled{4}$  解得  $x=2, y=1$   
 則  $x-y=2-1=1 \therefore$  選(C)

2. 數線上兩個點的坐標分別為  $a$  與  $b$ ，若  $a > b$ ，且  $|a| < |b|$ ，則下列何者正確？ (A)  $a$  必為正數 (B)  $a$  必為負數 (C)  $b$  必為正數 (D)  $b$  必為負數 (E) 以上皆非

解：  $a > b$  且  $|a| < |b|$   
 $\therefore$  在數線上的相對位置為  
  
 故選(D)

3. 計算  $100 + (-101) + 102 + (-103) + 104 + (-105) \cdots \cdots -109 + 110 = ?$   
(A) 100 (B) 105 (C) 110 (D) 120

解： 原式  $= (100-101) + (102-103) \cdots \cdots + (108-109) + 110$   
 $= (-1) + (-1) + \cdots \cdots + (-1) + 110$   
 $= (-5) + 110 = 105 \therefore$  選(B)

4.  $\sqrt{\frac{1}{5^2} + \frac{1}{4^2}} + 1$  等於下列哪一個選項？  
(A) 1.01 (B) 1.05 (C) 1.1 (D) 1.15 (E) 1.21

解：  $\sqrt{\frac{1}{5^2} + \frac{1}{4^2}} + 1 = \sqrt{\frac{4^2 + 5^2 + 5^2 4^2}{5^2 4^2}} = \sqrt{\frac{441}{400}} = \sqrt{\left(\frac{21}{20}\right)^2} = \frac{21}{20} = \frac{105}{100} = 1.05$  故選(B)

5. 如果  $x=1$  是方程式  $\frac{-4x+7}{3} + \frac{3x-3a}{2} = a$  的解，則  $a=?$   
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

解： 以  $x=1$  代入：  
 $\frac{-4+7}{3} + \frac{3-3a}{2} = a, 1 + \frac{3-3a}{2} = a$   
 $2+3-3a=2a, 5-3a=2a, 5a=5 \therefore a=1 \therefore$  選(A)

6. 小亞有紅牌 16 張，黑牌 18 張，混合後分成甲、乙兩堆。若甲堆比乙堆多 12 張，且甲堆中的紅牌比乙堆中的黑牌多 5 張，則甲堆中的黑牌比乙堆中的紅牌多幾張？ (A) 2 (B) 5 (C) 7 (D) 10 (E) 15

解：設乙堆的黑牌有  $x$  張  $\therefore$  甲堆的黑牌有  $(18-x)$  張，乙堆的紅牌有  $(11-x)$  張  
 $(18-x) - (11-x) = 7 \therefore$  選(C)

	紅	黑
甲	$x+5$	$18-x$
乙	$11-x$	$x$
	16	18

7. 設  $a, b, c$  均為正整數，已知  $a=3 \times 25 \times 21^5, b=105^5, c=3^2 \times 5^3 \times 7^6$ ，比較  $a, b, c$  三數的大小順序？  
(A)  $a > b > c$  (B)  $b > a > c$  (C)  $a > c > b$  (D)  $c > a > b$  (E) 以上皆非

解：  $a = (3^2 \times 5^2 \times 7^5) \times (3^4) = (3^2 \times 5^2 \times 7^5) \times 81$   
 $b = (3^2 \times 5^2 \times 7^5) \times (3^3 \times 5^3) = (3^2 \times 5^2 \times 7^5) \times 3375$   
 $c = (3^2 \times 5^2 \times 7^5) \times (5 \times 7) = (3^2 \times 5^2 \times 7^5) \times 35 \therefore$  選(B)

8. 創創家有 10 人、守守家有 8 人，兩家人一同看表演，該場表演的票價如圖所示。若創創家的總票價比守守家少 60 元，則創創家的半票比守守家的半票多幾張？  
(A) 0 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 以上皆非

票價	
全價	60 元 / 張
半價	30 元 / 張

解：設創創買半票  $x$  張，則買全票  $10-x$  張，設守守買半票  $y$  張，則買全票  $8-y$  張  
 創創共花  $30x + 60(10-x)$  元，守守共花  $30y + 60(8-y)$  元  
 依題意  $[30x + 60(10-x)] - [30y + 60(8-y)] = -60$   
 $30x + 600 - 60x - 30y - 480 + 60y = -60, -30x + 30y = -60 - 600 + 480$   
 $-30x + 30y = -180 \therefore x-y=6$ ，故選(D)

9. 有一最簡分數，其分子、分母之和為 70，將其化為小數並四捨五入後為 0.6，則此分數的分母與分子相差多少？ (A)10 (B)12 (C)14 (D)16 (E)以上皆非【高雄中學段考題】

解：設此分數為  $\frac{70-x}{x}$ ， $x \in \mathbf{N}$ ， $70-x \in \mathbf{N}$  且  $(x, 70-x)=1$

$$\Rightarrow 0.55 \leq \frac{70-x}{x} < 0.65 \Rightarrow \frac{11}{20} \leq \frac{70-x}{x} < \frac{13}{20}$$

$$\Rightarrow 11x \leq 20(70-x) \text{ 且 } 20(70-x) < 13x \quad (\because x > 0)$$

$$\Rightarrow \frac{1400}{33} < x \leq \frac{1400}{31} \quad \therefore x = 43, 44 \text{ 或 } 45$$

$$\Rightarrow \text{此分數為 } \frac{27}{43} \text{ 或 } \frac{26}{44} \text{ (不合) 或 } \frac{25}{45} \text{ (不合)} \therefore \text{分母與分子相差 16，故選(D)}$$

10. 已知  $m \neq n$ ，按下列步驟最後推出  $m=n$  的結論，請問哪一步驟錯誤？

(A)  $\therefore (m-n)^2 = (n-m)^2$

(B)  $\therefore \sqrt{(m-n)^2} = \sqrt{(n-m)^2}$

(C)  $\therefore m-n = n-m$

(D)  $\therefore 2m = 2n$

(E)  $\therefore m = n$

解： $\therefore \sqrt{(m-n)^2} = \sqrt{(n-m)^2} \Rightarrow |m-n| = |n-m|$ ，故選(C)

11. 已知  $a, b$  為實數，若  $(1-a)^2 + |b+3| = 0$ ，則  $a-b = ?$

(A)2 (B)3 (C)4 (D)5 (E)以上皆非

解： $\therefore (1-a)^2 \geq 0, |b+3| \geq 0$

$$\text{又 } (1-a)^2 + |b+3| = 0 \Rightarrow a=1, b=-3$$

$$\therefore a-b=4, \text{ 故選(C)}$$

12. 在 230 與 240 之間共有多少個質數？

(A)1 個 (B)2 個 (C)3 個 (D)4 個 (E)5 個

解：1° 從 231, ..., 239 中去除 2 與 5 的倍數

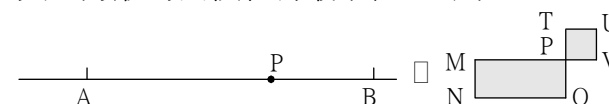
剩下 231, 233, 237, 239

2° 再扣掉 3 的倍數 231, 237，剩下 233 與 239

3° 比  $\sqrt{233}$  與  $\sqrt{239}$  小的質數有 2, 3, 5, 7, 11, 13 均不為 233 與 239 的因數

$\therefore 233$  與  $239$  均為質數，故選(B)

13. 如附圖(一)，在長度為 28 的  $\overline{AB}$  上取一點  $P$ 。用  $\overline{AP}$  圍成一個長方形  $PMNO$ ，其中  $\overline{PM} = 3\overline{PO}$ ，再用  $\overline{BP}$  圍成一個正方形  $PVUT$ ，如附圖(二)。已知  $\overline{PO} = t$  時，長方形與正方形的面積和有最小值  $s$ ，則  $s = ?$



圖(一)

圖(二)

(A) 14 (B) 22 (C) 27 (D) 49 (E) 以上皆非

解： $\therefore \overline{PO} = t \therefore \overline{PM} = 3t$ ，長方形  $PMNO$  的周長為  $8t$

$$\therefore \overline{PB} = 28 - 8t, \text{ 正方形 } PVUT \text{ 的邊長為 } \frac{28-8t}{4} = 7-2t$$

$$t \times 3t + (7-2t)^2 = 3t^2 + 49 - 28t + 4t^2 = 7t^2 - 28t + 49 = 7(t^2 - 4t + 4) + 21 = 7(t-2)^2 + 21 \geq 21 \therefore \text{最小值為 21，故選(E)}$$

14. 若  $a > b$ ，則下列何者可為不等式  $a+bx < ax+b$  的解？

(A)-1 (B)1 (C)3 (D)-5 (E)以上皆非

解： $\therefore a > b \therefore a-b > 0$

$$a+bx < ax+b \Rightarrow a-b < (a-b)x \Rightarrow x > 1 \therefore \text{選(C)}$$

15. 若  $(b+c):(c+a):(a+b) = 12:9:7$ ，則  $a:(a+b):(a+b+c) = ?$

(A)2:7:14 (B)1:3:6 (C)2:3:4 (D)1:9:18 (E)以上皆非

$$\text{解：令 } \begin{cases} b+c=12r \cdots \cdots ① \\ c+a=9r \cdots \cdots ② \\ a+b=7r \cdots \cdots ③ \end{cases}$$

$$\frac{①+②+③}{2} \Rightarrow a+b+c=14r \cdots \cdots ④$$

$$④-① \Rightarrow a=2r; ④-② \Rightarrow b=5r; ④-③ \Rightarrow c=7r$$

$$\text{則 } a:(a+b):(a+b+c) = 2r:7r:14r = 2:7:14 \therefore \text{選(A)}$$

16. 求  $263 \times 265 + 266^2 - 266 \times 264 - 264^2 = ?$

(A) 530 (B) 531 (C) 532 (D) 533 (E) 以上皆非

$$\begin{aligned} \text{解：原式} &= (264+1)(264-1) + 266^2 - (265+1)(265-1) - 264^2 \\ &= 264^2 - 1 + 266^2 - (265^2 - 1) - 264^2 \\ &= 266^2 - 265^2 = (266+265) \times (266-265) = 531 \therefore \text{選(B)} \end{aligned}$$

17. 若  $a(x+1)(x-2) + b(x+2)(x-1) + (x-2)(x+1)$  可化簡為  $2x^2 + 3x + c$ ，則  $a+b+c=?$  (A) -3 (B) -4 (C) -5 (D) -6 (E) -7

解：  $a(x^2 - x - 2) + b(x^2 + x - 2) + (x^2 - x - 2)$   
 $= 2x^2 + 3x + c$   
 $(a+b+1)x^2 + (-a+b-1)x + (-2a-2b-2)$   
 $= 2x^2 + 3x + c$

$$\begin{cases} a+b=1 \\ b-a=4 \end{cases}, \text{得} \begin{cases} a=-\frac{3}{2} \\ b=\frac{5}{2}, c=-4 \end{cases}$$

則  $a+b+c = -\frac{3}{2} + \frac{5}{2} - 4 = -3$ ，故選(A)

18. 有一個圓形跑道分內、外兩圈，半徑分別為 30, 50 公尺。今甲在內圈以等速行走，乙在外圈以等速跑步，且知甲每走一圈，乙恰跑了兩圈。若甲走了 45 公尺，則同時段乙跑了 (A) 90 公尺 (B) 120 公尺 (C) 135 公尺 (D) 150 公尺 (E) 180 公尺

解：由題意可知相同時間下

甲走的距離：乙走的距離 = 30:100 = 45:x

$\Rightarrow x = \frac{45 \times 100}{30} = 150$  (公尺)，故選(D)

19. 設  $2x^4 - x^3 + mx^2 + x + n$  可被  $2x^2 + x + 1$  整除，則  $2m+n=?$  (A) -8 (B) -10 (C) 10 (D) 8 (E) 以上皆非

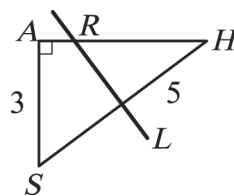
解：

$$\begin{array}{r} x^2 - x + \frac{m}{2} \\ 2x^2 + x + 1 \overline{) 2x^4 - x^3 + mx^2 + x + n} \\ \underline{2x^4 + x^3 + x^2} \phantom{+ n} \\ -2x^3 + (m-1)x^2 + x \phantom{+ n} \\ \underline{-2x^3 - x^2 - x} \phantom{+ n} \\ mx^2 + 2x + n \phantom{+ n} \\ \underline{mx^2 + \frac{m}{2}x + \frac{m}{2}} \\ 0 \end{array}$$

$\therefore \frac{m}{2} = 2, m=4; n = \frac{4}{2} = 2$

故  $2m+n = 2 \times 4 + 2 = 10$   $\therefore$  選(C)

20. 如圖，三角形 ASH 為直角三角形，其中  $\angle A = 90^\circ$ ，L 為  $\overline{SH}$  的中垂線（即 L 會垂直平分  $\overline{SH}$ ），交  $\overline{AH}$  於 R 點。若  $\overline{AS} = 3$ ， $\overline{SH} = 5$ ，則  $\overline{RH} = ?$



- (A) 1.5 (B) 2 (C)  $\frac{25}{8}$  (D) 2.5 (E) 以上皆非

解：如圖，L 為  $\overline{SH}$  的中垂線  $\therefore \overline{BS} = \frac{1}{2} \overline{SH} = \frac{5}{2}$

$\overline{AH}^2 + 3^2 = 5^2, \overline{AH}^2 = 25 - 9 = 16, \overline{AH} = \pm 4$  (負不合)

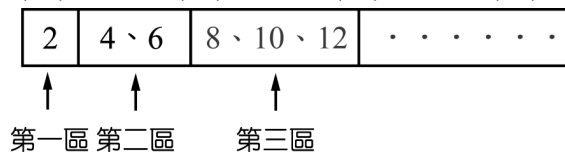
連接  $\overline{RS}$ ，設  $\overline{AR} = a, \overline{RH} = 4 - a = \overline{RS}$

$a^2 + 3^2 = (4 - a)^2, a^2 + 9 = 16 - 8a + a^2$

$8a = 7, a = \frac{7}{8} \therefore \overline{RH} = 4 - \frac{7}{8} = \frac{25}{8}$ ，故選(C)

21. 如圖，試求第十區內的數字和？

- (A) 1006 (B) 1008 (C) 1010 (D) 1012 (E) 以上皆非



解：第十區內的數字和 =  $a_{46} + a_{47} + \dots + a_{55}$

$= \frac{(92+110) \times 10}{2} = 1010 \therefore$  選(C)

22. 如圖為正三角形 ABC 與正方形 DEFG 的重疊情形，其中 D、E 兩點分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$  上，且  $\overline{BD} = \overline{BE}$ 。若  $\overline{AC} = 18$ ， $\overline{GF} = 6$ ，則 F 點到  $\overline{AC}$  的距離為何？

- (A) 2 (B) 3 (C)  $12 - 4\sqrt{3}$  (D)  $6\sqrt{3} - 6$  (E) 以上皆非

解： $\because \triangle ABC$  為正三角形

$\therefore \overline{BC} = \overline{AC} = 18, \angle ABC = \angle ACB = 60^\circ$

在  $\triangle BDE$  中， $\angle ABE = 60^\circ, \overline{BD} = \overline{BE}$

$\therefore \triangle BDE$  為正三角形， $\angle BED = 60^\circ, \overline{BE} = \overline{DE} = \overline{GF} = 6$

$\angle CEF = 180^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 30^\circ$

$\overline{CE} = \overline{BC} - \overline{BE} = 18 - 6 = 12$

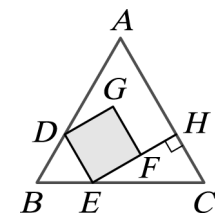
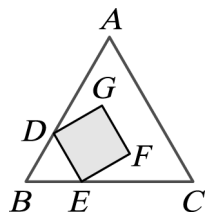
作  $\overline{FH} \perp \overline{AC}$ ，交  $\overline{AC}$  於 H 點

$\therefore \triangle CEH$  為  $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$  的三角形

$\therefore \overline{CH} : \overline{EH} : \overline{CE} = 1 : \sqrt{3} : 2$

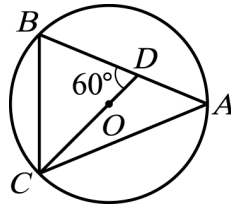
$\Rightarrow \overline{CH} : \overline{EH} : 12 = 1 : \sqrt{3} : 2$

$\Rightarrow \overline{CH} = 6, \overline{EH} = 6\sqrt{3}$



故  $\overline{FH} = \overline{EH} - \overline{EF} = 6\sqrt{3} - 6 \quad \therefore$  選(D)

23. 如圖， $\triangle ABC$  是圓  $O$  的內接等腰三角形，其中  $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，  
今延長  $\overline{CO}$  交  $\overline{AB}$  於  $D$ 。若  $\angle BDC = 60^\circ$ ，則  $\angle B = ?$   
(A)  $70^\circ$  (B)  $65^\circ$  (C)  $60^\circ$  (D)  $55^\circ$  (E) 以上皆非

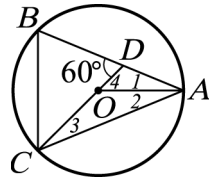


解： 如圖，連接  $\overline{AO}$ ，則  $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$ ，又  $\angle 4 = \angle 2 + \angle 3$   
 $\Rightarrow \angle 4 = 2\angle 2 = 2\angle 1$

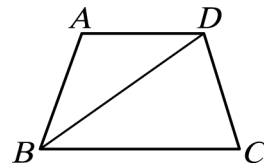
$\angle BDC = 60^\circ = \angle 1 + \angle 4 = 3\angle 1 \Rightarrow \angle 1 = 20^\circ$ ，則

$\angle DAC = 20^\circ \times 2 = 40^\circ$

$\angle B = \frac{180^\circ - 40^\circ}{2} = 70^\circ \quad \therefore$  選(A)



24. 如圖，已知  $\overline{BD}$  是  $\angle ABC$  的角平分線，且  $\overline{AD} = \overline{DC}$ ，則  
 $\angle A + \angle C = ?$   
(A)  $150^\circ$  (B)  $180^\circ$  (C)  $195^\circ$  (D)  $210^\circ$  (E) 以上皆非



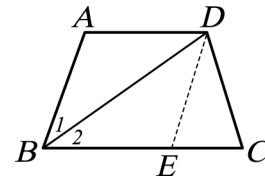
解： 如圖，在  $\overline{BC}$  上取  $\overline{BE} = \overline{AB}$ ，

再加上  $\angle 1 = \angle 2$ ， $\overline{BD} = \overline{BD}$

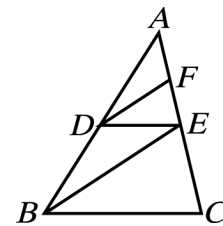
$\therefore \triangle ABD \cong \triangle EBD$  (SAS 全等性質)

故  $\angle BAD = \angle BED$ ，且  $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{DC}$

$\therefore \angle C = \angle DEC$ ，故  $\angle A + \angle C = 180^\circ \quad \therefore$  選(B)



25. 如圖， $\triangle ABC$  中， $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ ，又  $\overline{DF} \parallel \overline{BE}$ ，若  $\overline{AF} = 4$ ， $\overline{AC} = 16$ ，  
 $\overline{DE} = 7$ ，則  $\overline{EF} = ?$   
(A) 4 (B) 4.5 (C) 5 (D) 6 (E) 以上皆非



解： 設  $\overline{EF} = x$ ，則  $\overline{AF} : \overline{AE} = \overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC}$

$\therefore 4 : (4 + x) = (4 + x) : 16 \Rightarrow (4 + x)^2 = 64$

$\Rightarrow 4 + x = \pm 8$  (負不合)  $\therefore 4 + x = 8, x = 4 \quad \therefore$  選(A)

～ 本試題結束 ～